

予習(今日の話にでてくる問題です.)

1. あなたが下のどちらかの世界にいるとします. どちらの世界か判断するにはどうしたら良いでしょうか? ただし, この世界は暗く, あまり遠くは見えないとします. (地平線で判断するのはNG)

ヒント: 地表に円を描く

球面上の世界



図: Wikipedia

円盤状の世界



2. ライフセーバーが溺れている人を見つけました. 溺れている人までの最短経路を考えてください.

ヒント: 「走る速さ」>「泳ぐ速さ」

なおきちんとした最短経路を求めるには高校数学程度の計算が必要なので「考え方」がわかれば十分とします.



サイエンスカフェ in 静岡 第164話

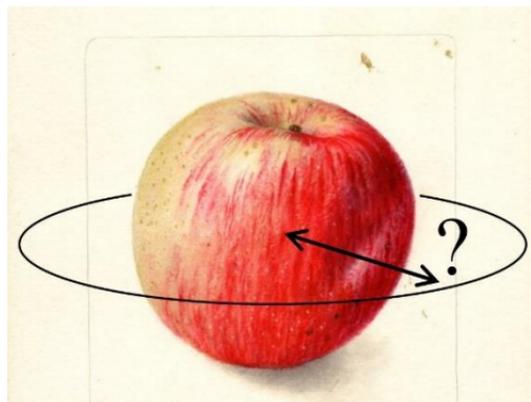
(円周の長さ) < (直径) × (円周率) !?

～重力と曲がった空間の不思議な関係～

静岡大学理学部物理学科
森田 健 (もりた たけし)

専門: 超弦理論

超弦理論 ≡ 量子重力 → 重力



今日の講演の目標

一般相対性理論

「重力」 = 「空間の曲がり」

1916年 Einstein

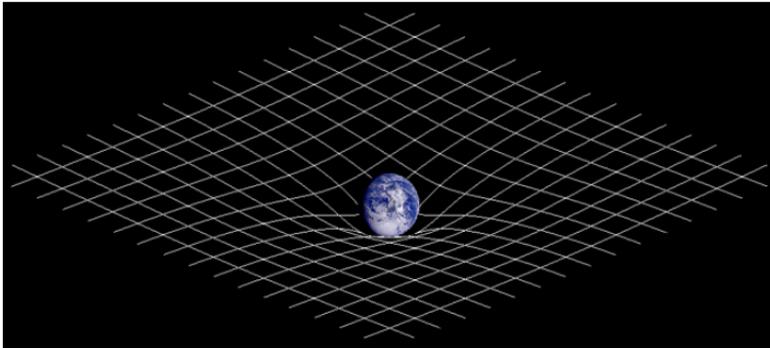


図: Wikipedia

この図を(多少)理解すること。

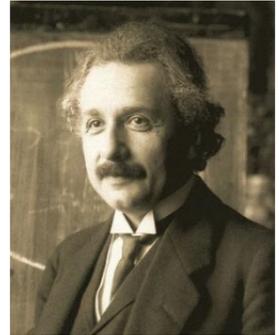
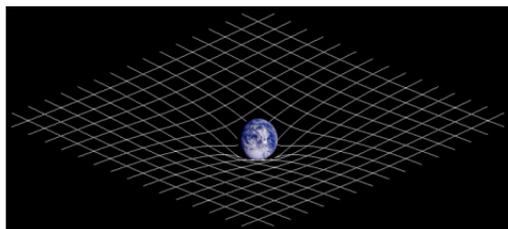


図: Wikipedia

「重力」 = 「空間の曲がり」

もう1つのキーワード:「光」



今日の流れ:

- 重力は光にも働く(光は重力でまっすぐ進まない)
- 重力=曲がった空間だとすると
光の運動を理解出来る。
→ 「重力」は「空間が曲がって生じる力」

目次

1. 曲がった空間
2. 重力は光も曲げる.(等価原理)
3. 光の進み方.(フェルマーの原理)
4. 曲がった空間での光の進み方

曲がった空間

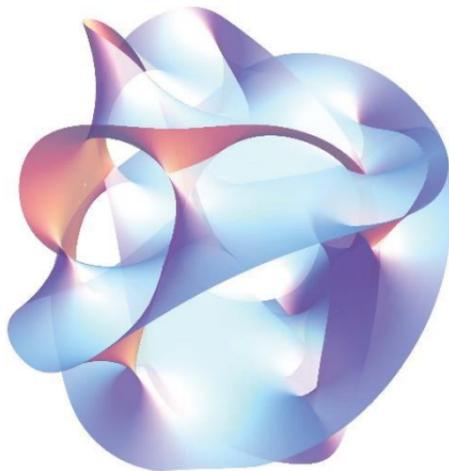


図: Wikipediaより

曲がった空間

Q.あなたが下のどちらかの世界にいるとします. どちらの世界か判断するにはどうしたら良いでしょうか? ただし, この世界は暗く, あまり遠くは見えないとします.

(地平線で判断するのはNG)

ヒント: 地表に円を描く

球面上の世界



図: Wikipediaより

円盤状の世界



曲がった空間

Q. あなたが下のどちらかの世界にいるとします. どちらの世界か判断するにはどうしたら良いでしょうか? ただし, この世界は暗く, あまり遠くは見えないとします.

(地平線で判断するのはNG)

ヒント: 地表に円を描く

球面上の世界



図: Wikipediaより

円盤状の世界



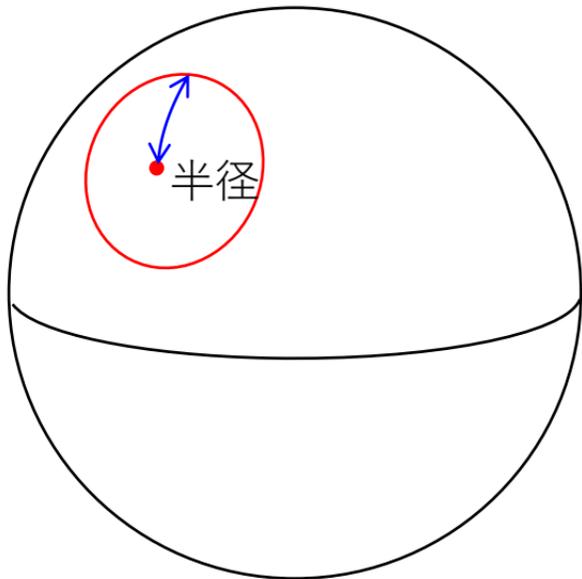
A. 大きな円を書いて, 「半径」と「円周の長さ」を比べれば良い.

曲がった空間

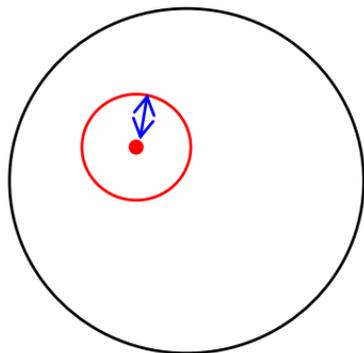
A. 大きな円を書いて、「半径」と「円周の長さ」を比べれば良い。

球面上の世界

→ 円周の長さ $< 2\pi \times$ 半径



円盤状の世界



$\pi = 3.14\dots$



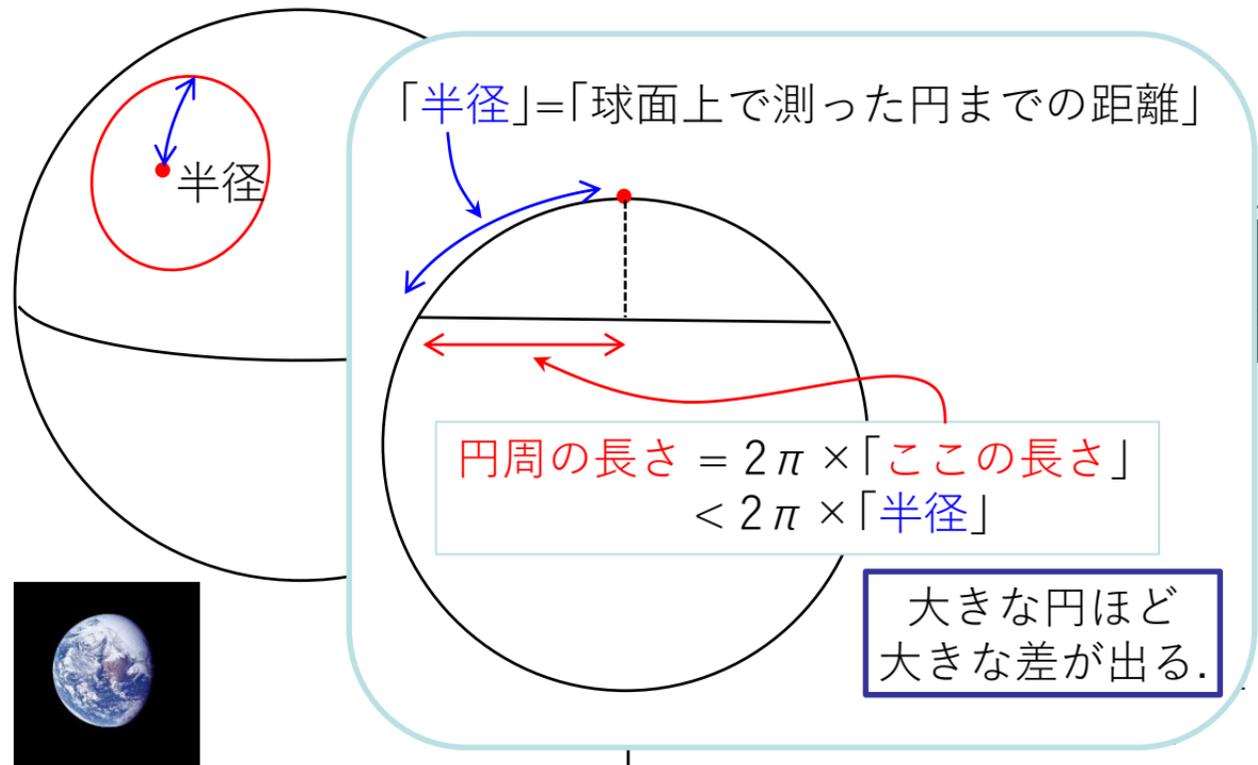
円周の長さ = 円周率 \times 直径
= $2\pi \times$ 半径

曲がった空間

A. 大きな円を書いて、「半径」と「円周の長さ」を比べれば良い。

球面上の世界

→ 円周の長さ $< 2\pi \times$ 半径

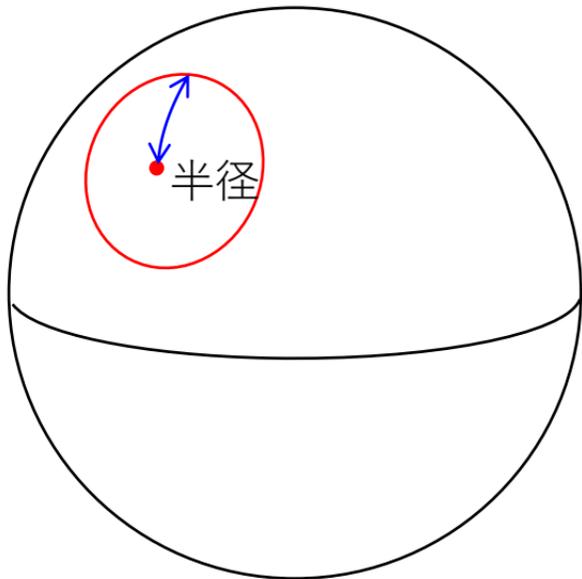


曲がった空間

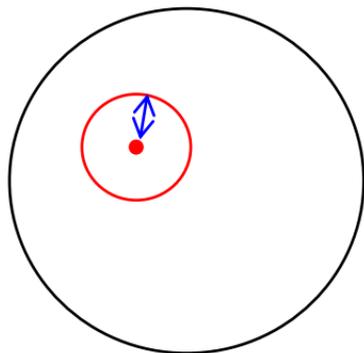
A. 大きな円を書いて、「半径」と「円周の長さ」を比べれば良い。

球面上の世界

→ 円周の長さ $< 2\pi \times$ 半径



円盤状の世界



$\pi = 3.14\dots$



円周の長さ = 円周率 \times 直径
= $2\pi \times$ 半径

曲がった空間

A. 大きな円を書いて、「半径」と「円周の長さ」を比べれば良い。

例: 地球 (一周 4 万キロの球)

赤道: 北極点を中心とした一周 4 万キロの円

赤道の「半径」= 北極点から赤道の距離
= 1 万キロ

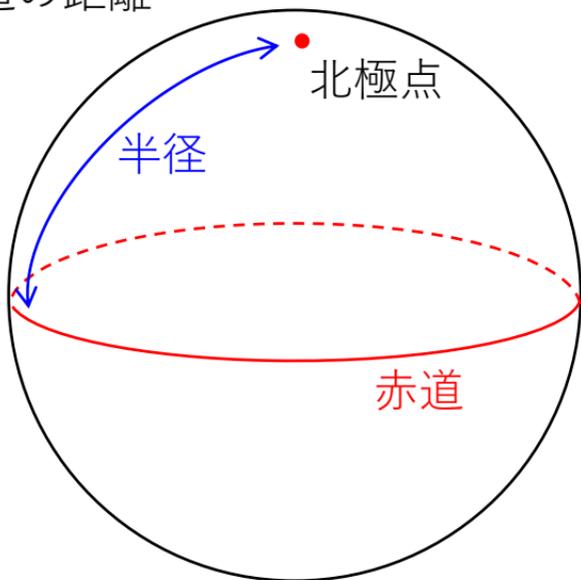
円周の長さ = 4 万キロ

$$2\pi \times \text{半径} = 6.28.. \text{万キロ}$$

($2\pi = 6.28..$)

→ 1.5倍以上異なる!

→ 円周の長さ < $2\pi \times \text{半径}$



曲がった空間

球面上の世界



図: Wikipediaより

円盤状の世界



→ 大きな円を書いて、「半径」と「円周の長さ」を比べれば
どちらの世界かわかる.

球面のように**曲がった世界**の上の**幾何学**は、大きく異なる。
(非ユークリッド幾何)

空間が「曲がっている」か判断する 1 つの方法

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{円周の長さ} = 2\pi \times \text{半径} \\ \text{円周の長さ} \neq 2\pi \times \text{半径} \rightarrow \text{曲がっている} \end{array} \right.$$

曲がった空間

Q. 我々の世界(宇宙)は「曲がっているか?」

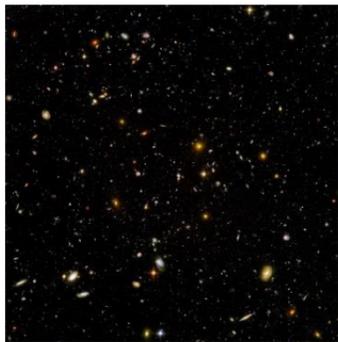
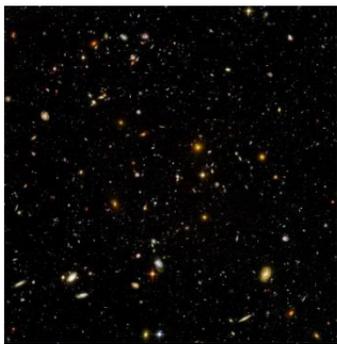


図: Wikipediaより

曲がった空間

Q. 我々の世界(宇宙)は「曲がっているか?」



A. 宇宙空間で大きな円を描き
「円周の長さ」と「円の半径」の関係を
正確に調べないとわからない.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{円周の長さ} = 2\pi \times \text{半径} \\ \text{円周の長さ} \neq 2\pi \times \text{半径} \rightarrow \text{曲がっている} \end{array} \right.$$

図: Wikipediaより

まとめ:

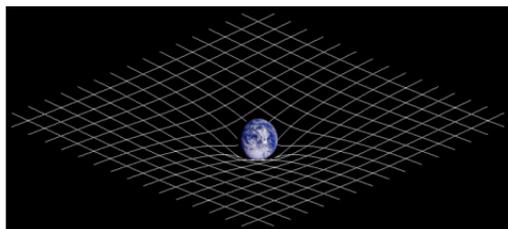
1. 空間が「曲がっている」=(ユークリッド)幾何学が成立しない.

$$\text{円周の長さ} \neq 2\pi \times \text{半径}$$

2. 宇宙が曲がっているかは測定しないと判断できない.

「重力」 = 「空間の曲がり」

もう1つのキーワード:「光」



今日の流れ:

- 重力は光にも働く(光は重力でまっすぐ進まない)
- 重力=曲がった空間だとすると
光の運動を理解出来る。
→ 「重力」は「空間が曲がって生じる力」

目次

1. 曲がった空間
2. 重力は光も曲げる. (等価原理)
3. 光の進み方. (フェルマーの原理)
4. 曲がった空間での光の進み方

2.重力は光も曲げる. (等価原理)

一般相対性理論の基本原則

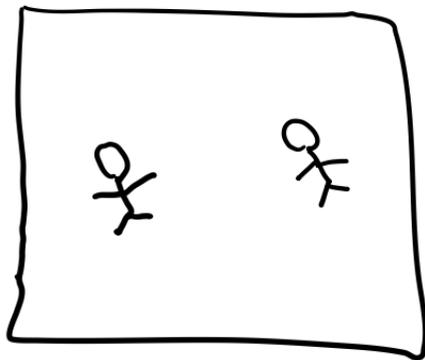
「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 無重力状態を実現する方法は? (答えは2つ)

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 無重力状態を実現する方法は? (答えは2つ)

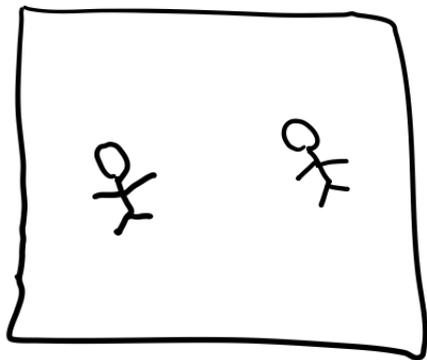
A1. 宇宙の果てに行く。



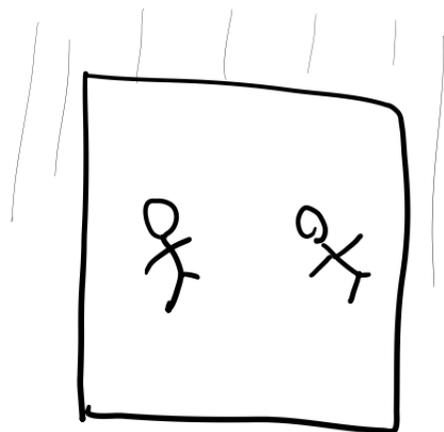
「等価原理」 (一般相対性理論の基本原則)

Q. 無重力状態を実現する方法は? (答えは2つ)

A1. 宇宙の果てに行く。

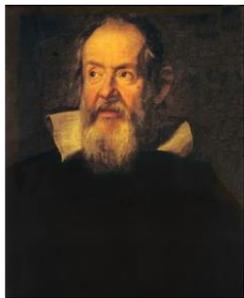


A2. 自由落下する。



「等価原理」 (一般相対性理論の基本原則)

Q. 無重力状態を実現する方法は? (答えは2つ)



ガリレオ

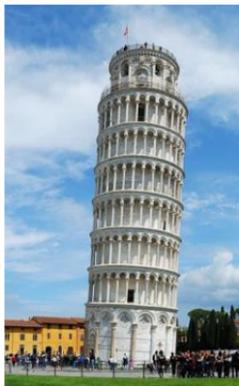
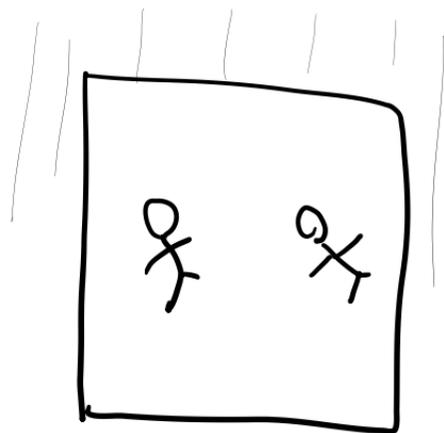


図: Wikipedia

A2. 自由落下する。

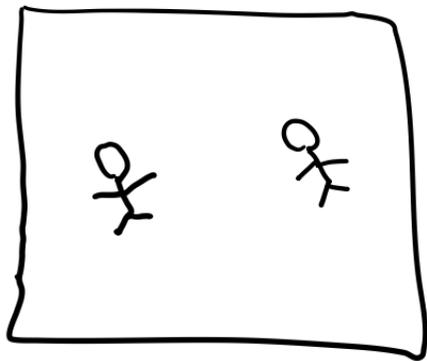


注) 重い物も軽い物も
同じ早さで落ちる。

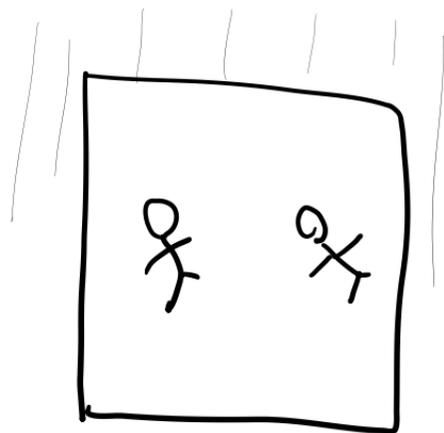
「等価原理」 (一般相対性理論の基本原則)

Q. 無重力状態を実現する方法は? (答えは2つ)

A1. 宇宙の果てに行く。



A2. 自由落下する。



注) 重い物も軽い物も
同じ早さで落ちる。

国際宇宙ステーションはどっち？

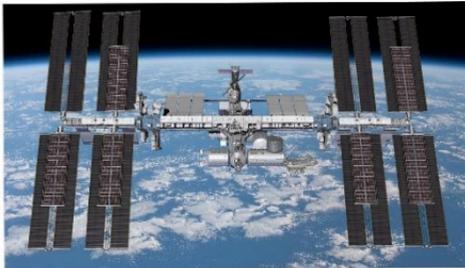
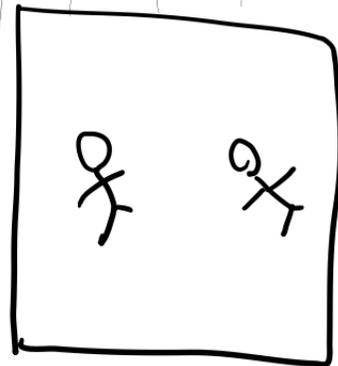
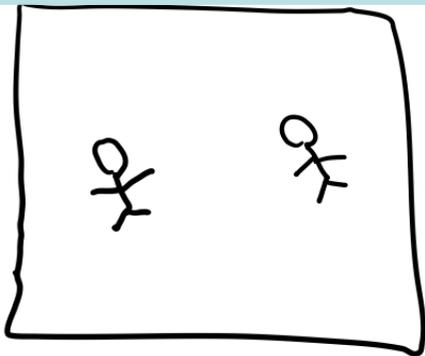


図: NASA



図: 郡山市ふれあい科学館HPより



注) 重い物も軽い物も
同じ早さで落ちる。

国際宇宙ステーションはどっち？

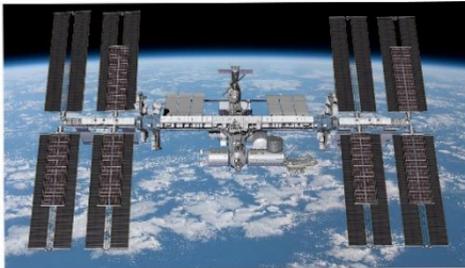
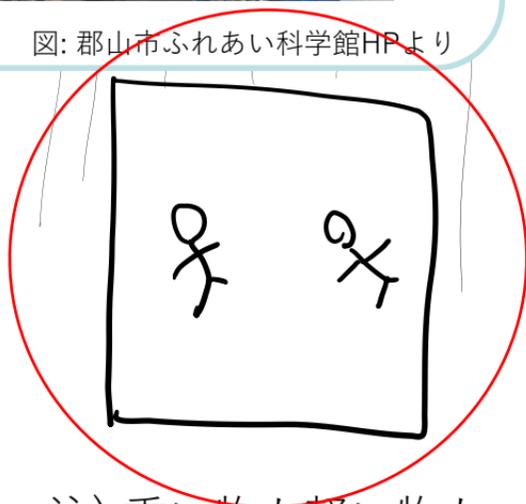
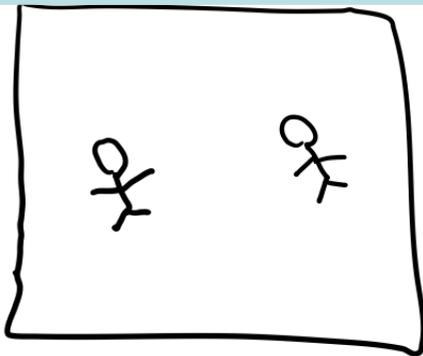


図: NASA



図: 郡山市ふれあい科学館HPより

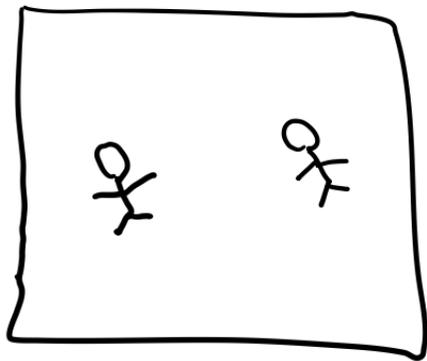


注) 重い物も軽い物も
同じ早さで落ちる。

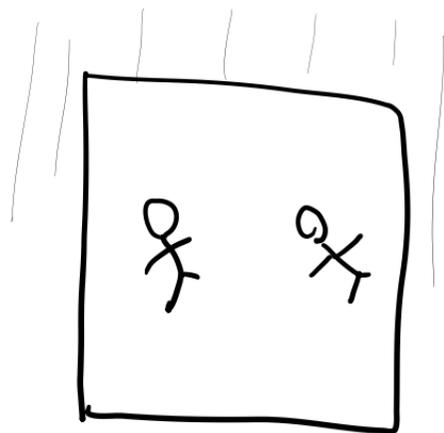
「等価原理」 (一般相対性理論の基本原則)

Q. 無重力状態を実現する方法は? (答えは2つ)

A1. 宇宙の果てに行く。



A2. 自由落下する。



注) 重い物も軽い物も
同じ早さで落ちる。

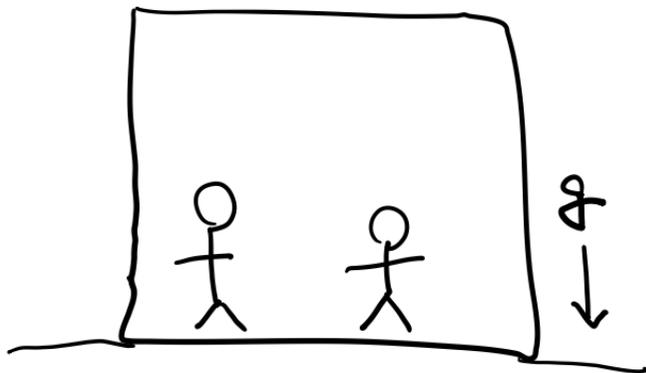
「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 地球上と同じ重力を感じるにはどうしたら良いか?
(答え2つ)

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 地球上と同じ重力を感じるにはどうしたら良いか?
(答え2つ)

A1. 地球上にいる。

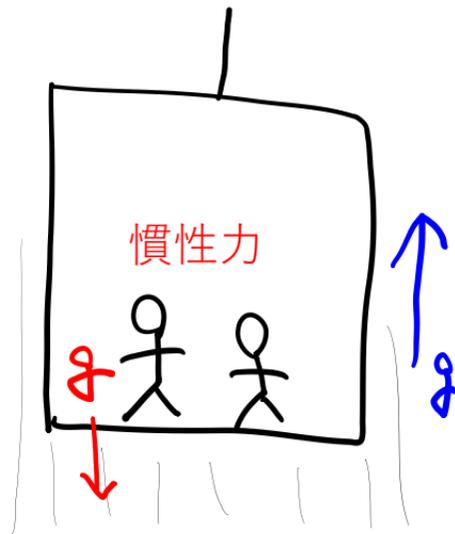
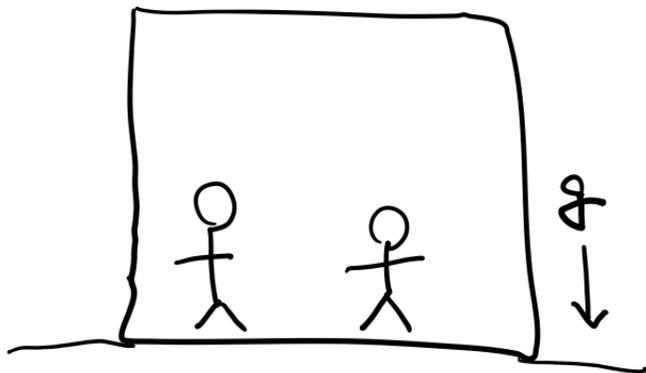


「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 地球上と同じ重力を感じるにはどうしたら良いか?
(答え2つ)

A1. 地球上にいる。

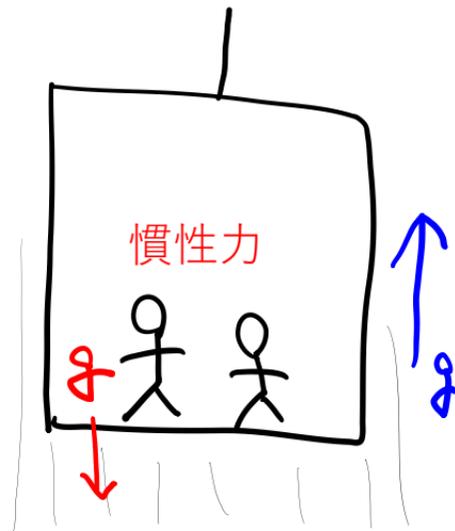
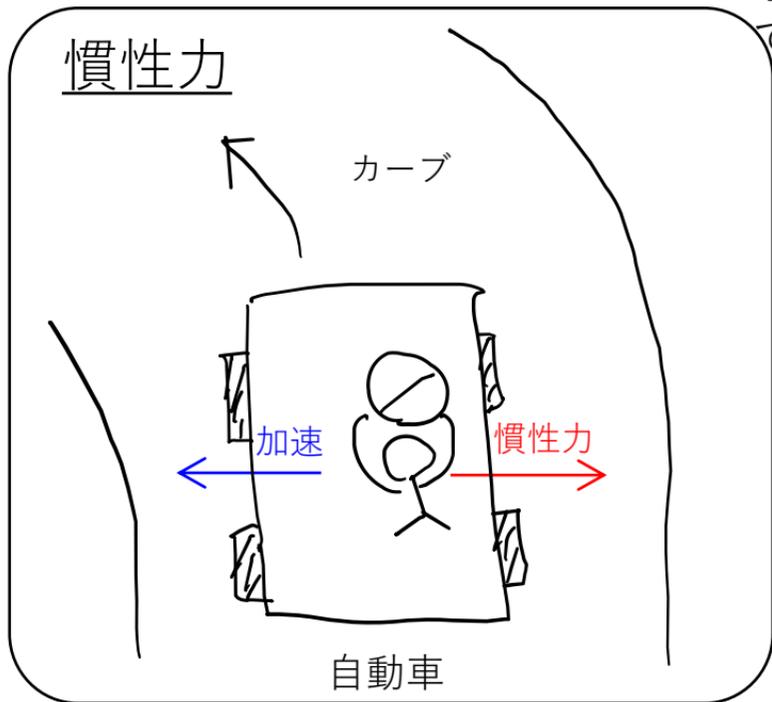
A2. 宇宙の果てで加速度 g
で加速する。



「等価原理」 (一般相対性理論の基本原則)

Q. 地球上と同じ重力を感じるにはどうしたら良いか?
(答え2つ)

A2. 宇宙の果てで加速度 g
で加速する。

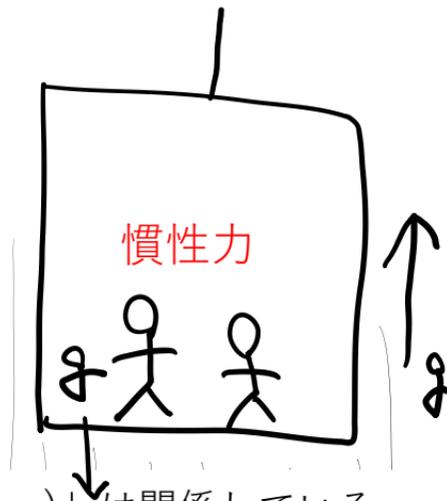
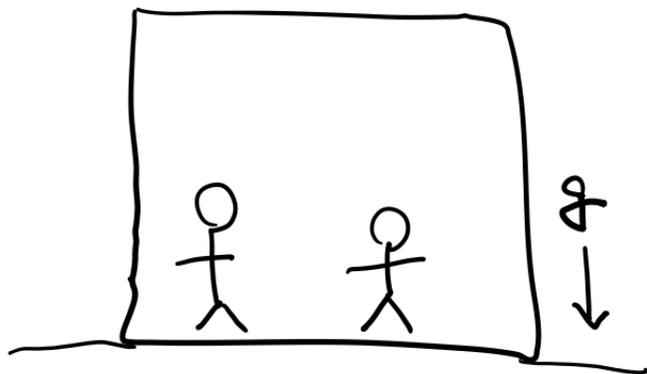


「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 地球上と同じ重力を感じるにはどうしたら良いか?
(答え2つ)

A1. 地球上にいる。

A2. 宇宙の果てで加速度 g
で加速する。

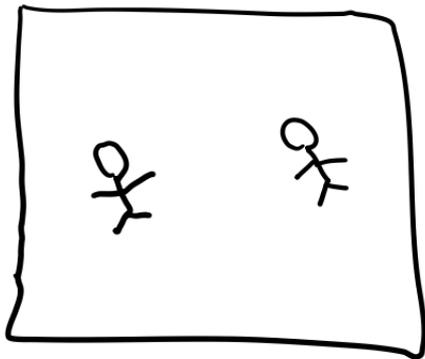


→ 「重力」と「動いている。(加速している。)」は関係している。

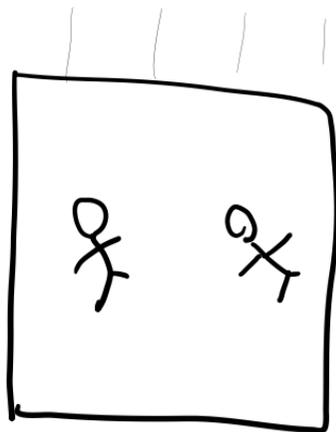
「等価原理」：これら2つの区別が**近くだけ**見ても全くつかない。

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

無重力状態
(宇宙の果て)



地上での自由落下



区別がつかない

→ 「重力」と「動いている。(加速している。)」は関係している。

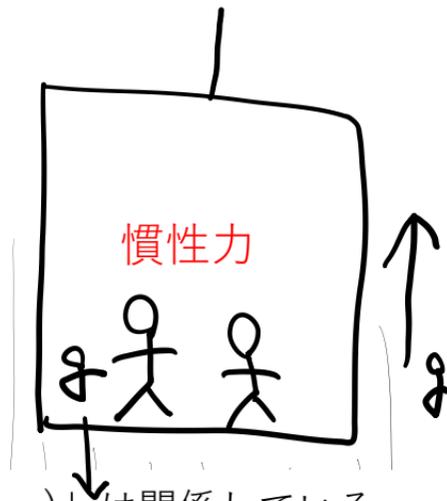
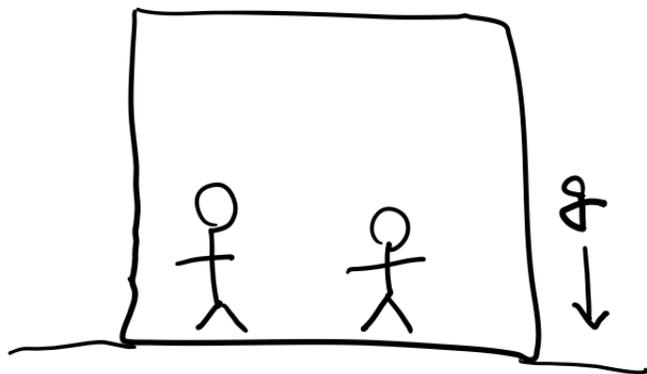
「等価原理」：これら2つの区別が近くだけ見ても全くつかない。

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 地球上と同じ重力を感じるにはどうしたら良いか?
(答え2つ)

A1. 地球上にいる。

A2. 宇宙の果てで加速度 g
で加速する。



→ 「重力」と「動いている。(加速している。)」は関係している。

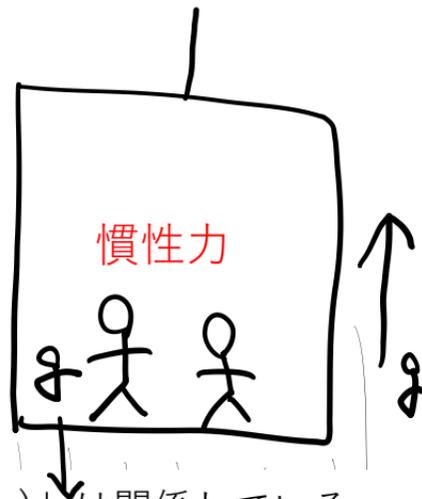
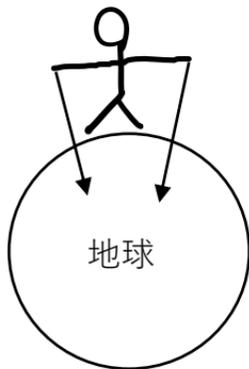
「等価原理」：これら2つの区別が**近くだけ**見ても全くつかない。

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原則)

Q. 地球上と同じ重力を感じるにはどうしたら良いか?
(答え2つ)

A1. 地球上にいる。

A2. 宇宙の果てで加速度 g
で加速する。



→ 「重力」と「動いている。(加速している。)」は関係している。

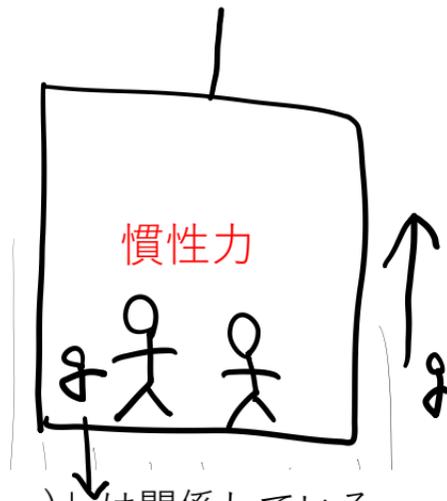
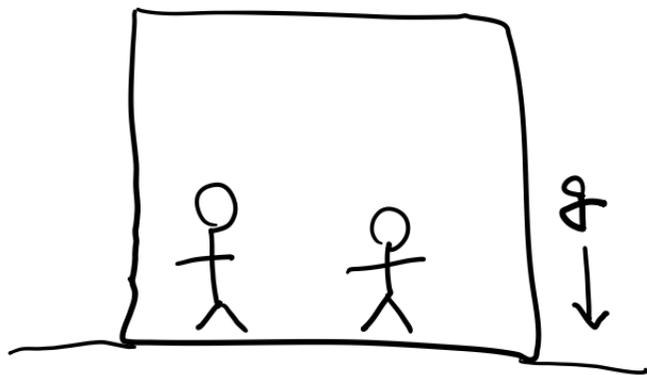
「等価原理」：これら2つの区別が**近くだけ**見ても全くつかない。

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 地球上と同じ重力を感じるにはどうしたら良いか?
(答え2つ)

A1. 地球上にいる。

A2. 宇宙の果てで加速度 g
で加速する。



→ 「重力」と「動いている。(加速している。)」は関係している。

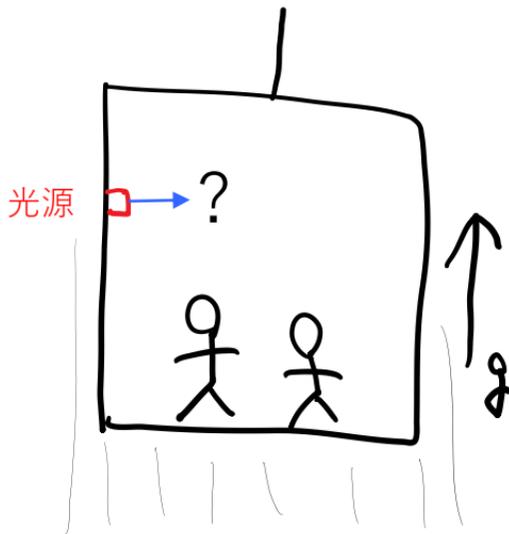
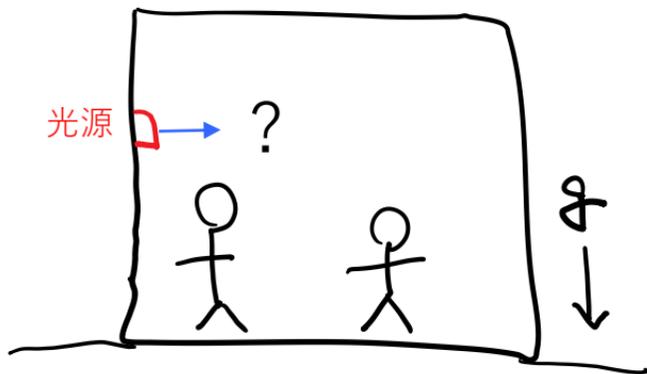
「等価原理」：これら2つの区別が**近くだけ**見ても全くつかない。

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 等価原理が本当だとすると「光」(質量0)はどう進むか?

A1. 地球上にいる。

A2. 宇宙の果てで加速度 g で加速する。

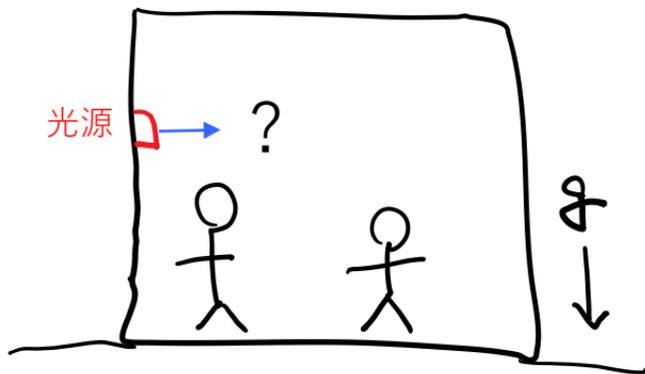


「等価原理」：これら2つの区別が**近くだけ**見ても全くつかない。

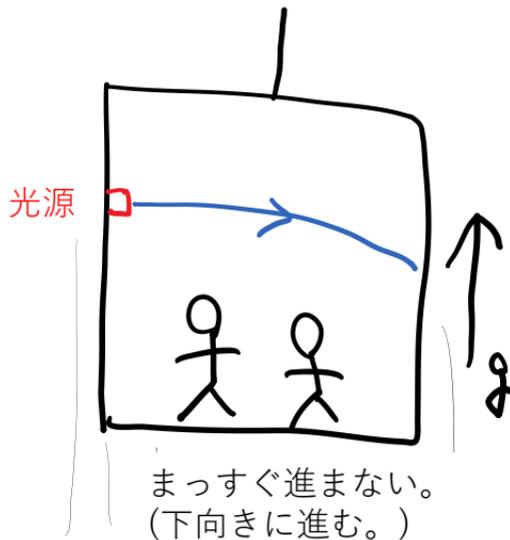
「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

Q. 等価原理が本当だとすると「光」(質量0)はどう進むか?

A1. 地球上にいる。



A2. 宇宙の果てで加速度 g で加速する。

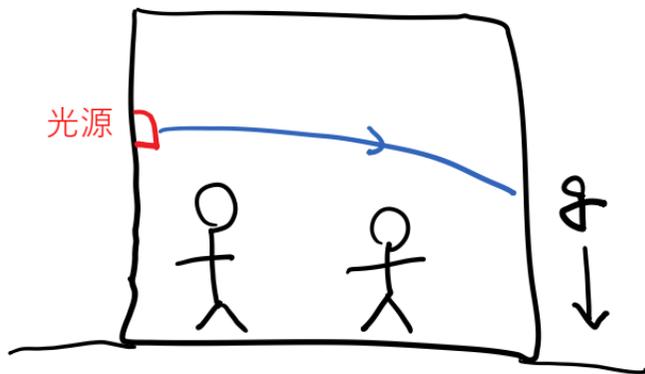


「等価原理」：これら2つの区別が**近くだけ**見ても全くつかない。

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

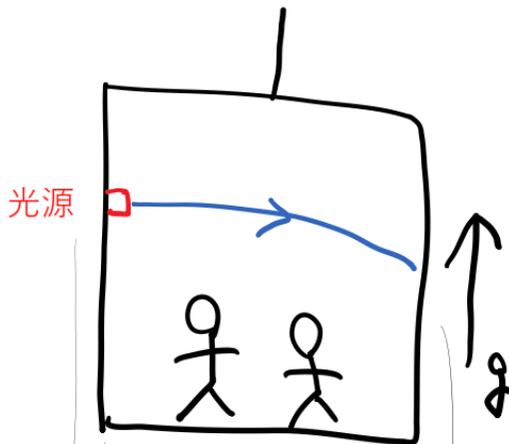
Q. 等価原理が本当だとすると「光」(質量0)はどう進むか?

A1. 地球上にいる。



等価原理が正しければ、
重力は光を曲げるはず。

A2. 宇宙の果てで加速度 g
で加速する。



まっすぐ進まない。
(下向きに進む。)

「等価原理」：これら2つの区別が**近くだけ**見ても全くつかない。

「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

等価原理の予言

「重力は光を曲げる。」

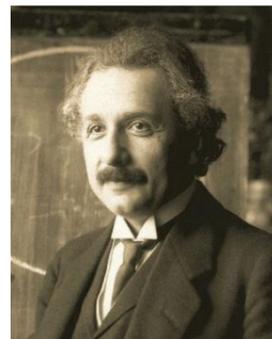
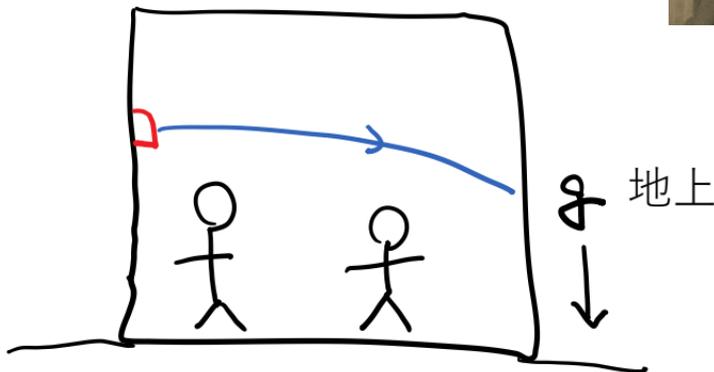


図: Wikipediaより



本当に重力は光を曲げるのか？

重力レンズ



写真:NASA & ESA サイトより



本当に重力は光を曲げるのか？

重力レンズ

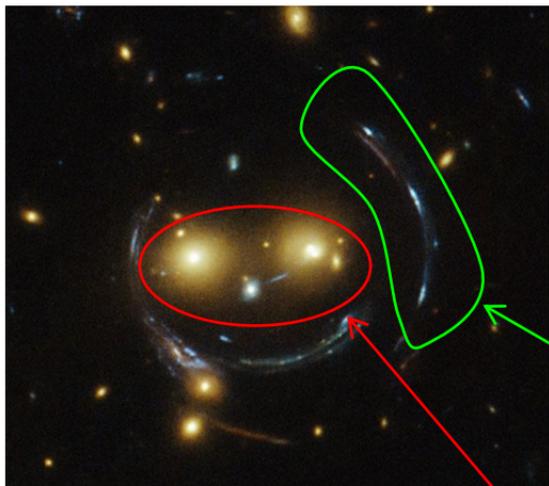
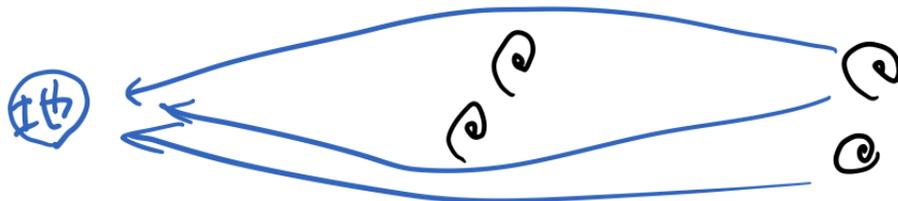


写真:NASA & ESA サイトより

手前の銀河

遠くの銀河

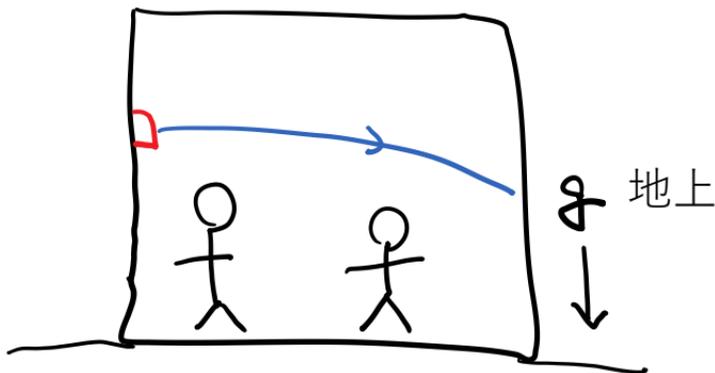


「等価原理」 (一般相対性理論の基本原理)

等価原理の予言

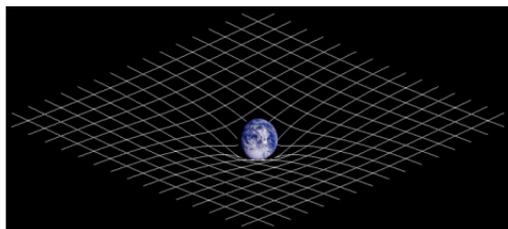
「重力は光を曲げる。」

→ 実験的に確証



「重力」 = 「空間の曲がり」

もう1つのキーワード:「光」



今日の流れ:

- 重力は光にも働く(光は重力でまっすぐ進まない)
- 重力=曲がった空間だとすると
光の運動を理解出来る。
→ 「重力」は「空間が曲がって生じる力」

目次

1. 曲がった空間
2. 重力は光も曲げる.(等価原理)
3. 光の進み方.(フェルマーの原理)
4. 曲がった空間での光の進み方

3.光の進み方. (フェルマーの原理)

重力レンズの理解を深めるために
まず普通のレンズを理解する。

重力レンズ



普通のレンズ

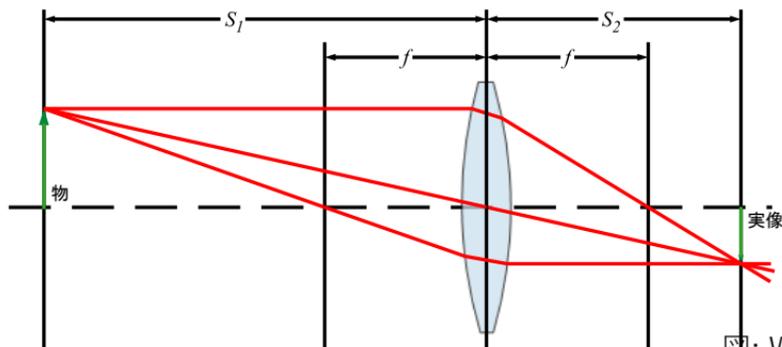


図: Wikipediaより

光の進み方

フェルマーの原理:

「光は2点間を移動する時間が最小となる経路を進む。」

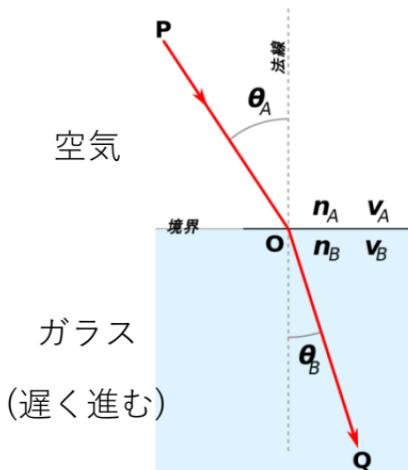


図: Wikipediaより



光の進み方

フェルマーの原理:

「光は2点間を移動する時間が最小となる経路を進む。」

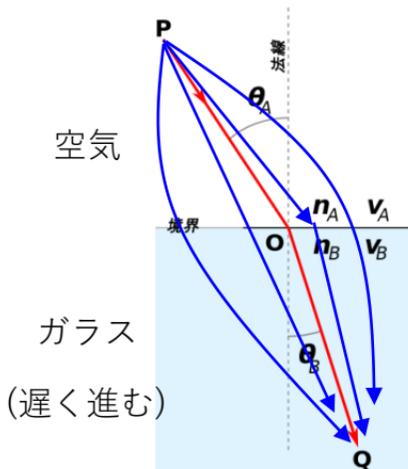


図: Wikipediaより



光の進み方

フェルマーの原理:

「光は2点間を移動する時間が最小となる経路を進む。」

普通のレンズ

光の軌跡は最短経路

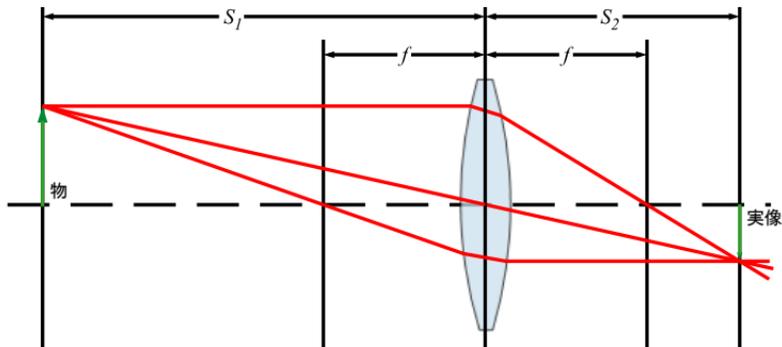


図: Wikipediaより

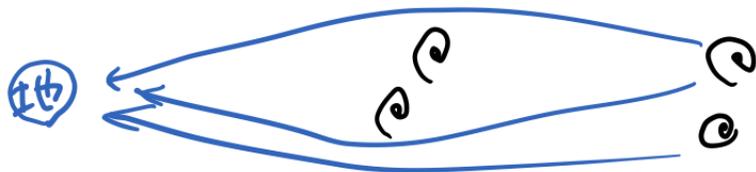
重力レンズ

・真空中では光の速度は一定なはず?

・各光線の到達時間がそれぞれ最小?

手前の銀河

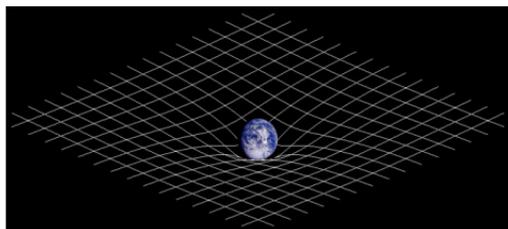
遠くの銀河



→「空間の曲がり」で説明出来る.

「重力」 = 「空間の曲がり」

もう1つのキーワード:「光」



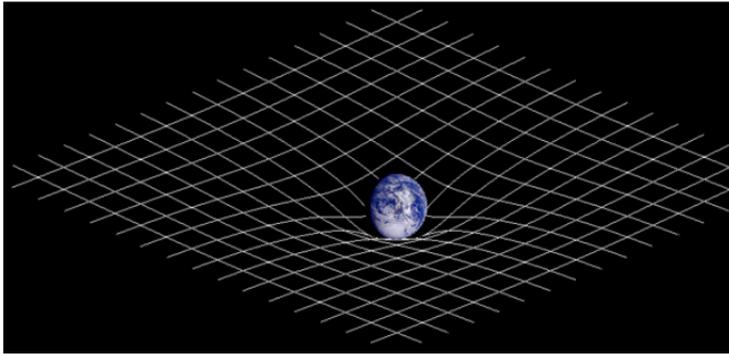
今日の流れ:

- 重力は光にも働く (光は重力でまっすぐ進まない)
- 重力=曲がった空間だとすると
光の運動を理解出来る。
→ 「重力」は「空間が曲がって生じる力」

目次

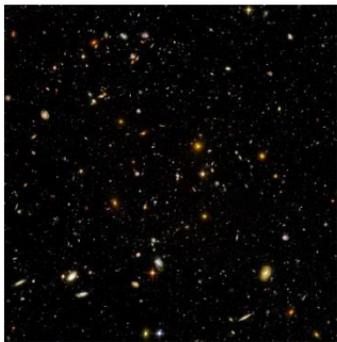
1. 曲がった空間
2. 重力は光も曲げる. (等価原理)
3. 光の進み方. (フェルマーの原理)
4. 曲がった空間での光の進み方

4.曲がった空間での光の進み方



曲がった空間

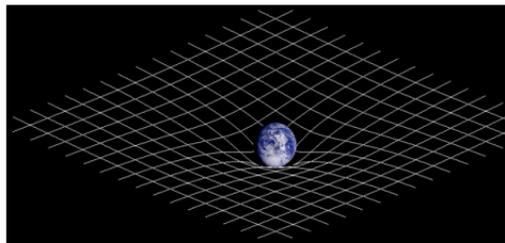
Q. 我々の世界(宇宙)は「曲がっているか?」



A. 宇宙空間で大きな円を描き
「円周の長さ」と「円の半径」の関係を
正確に調べないとわからない.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{円周の長さ} = 2\pi \times \text{半径} \\ \text{円周の長さ} \neq 2\pi \times \text{半径} \rightarrow \text{曲がっている} \end{array} \right.$$

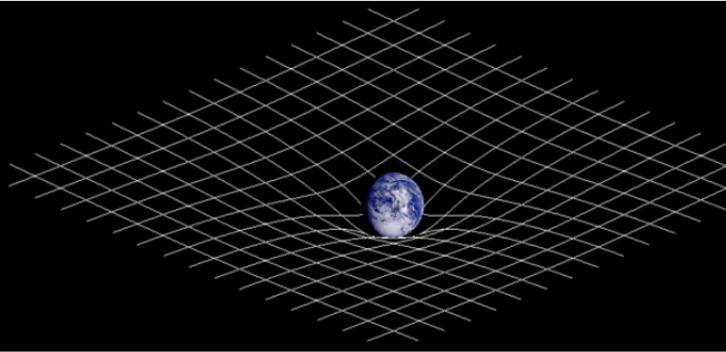
図: Wikipediaより



実は、この図は地球による
空間の曲がりの模式図

天体による空間のゆがみ

Wikipediaの図



Einstein方程式:

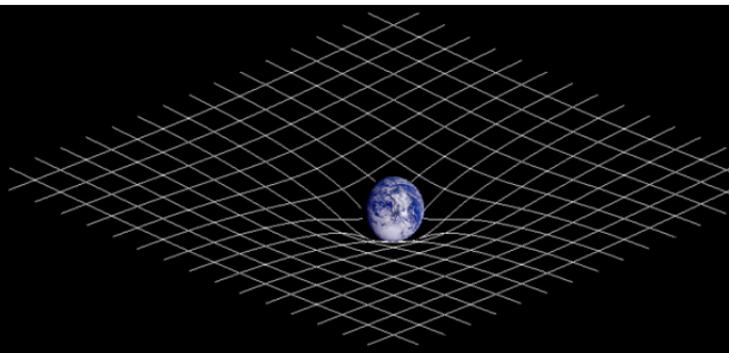
$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu}$$

空間の曲がり方 物質の質量・
エネルギー分布

(大学3・4年生で習う)

天体による空間のゆがみ

Wikipediaの図



地球をどかした図

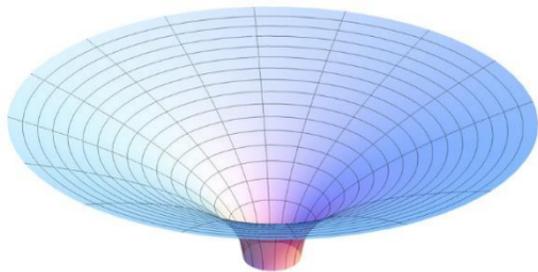


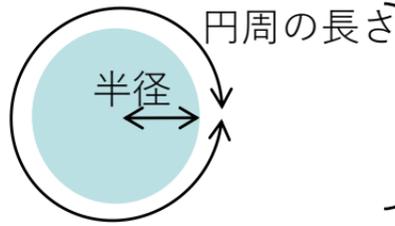
図: Wikipediaより

これらの図の意味すること: 地球の周りでは

$$(\text{円周の長さ}) < 2\pi \times (\text{円の半径})$$

普通の空間

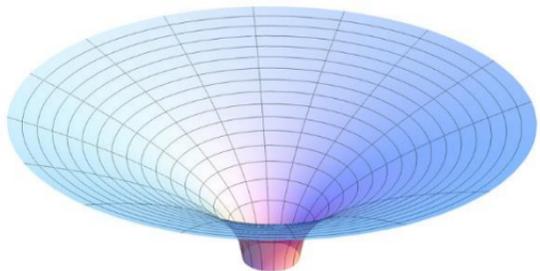
$$(\text{円周の長さ}) = 2\pi \times (\text{円の半径})$$



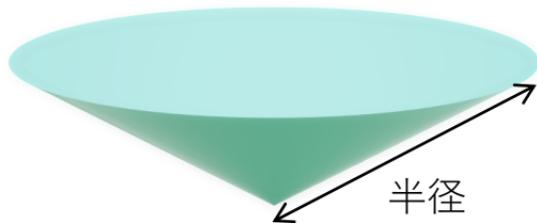
天体による空間のゆがみ

$$(\text{円周の長さ}) < 2\pi \times (\text{円の半径})$$

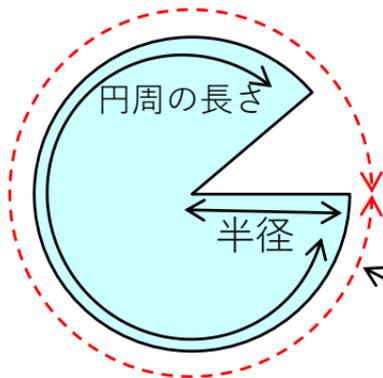
簡単のため「円すい」と見なす。



\approx



円すいの展開図

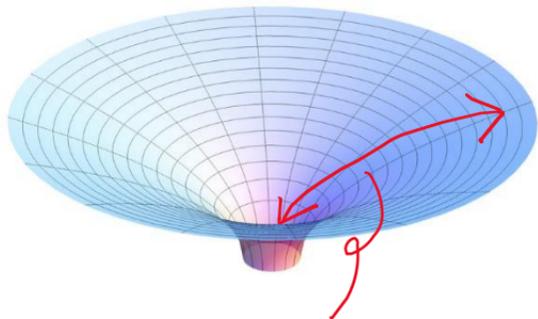
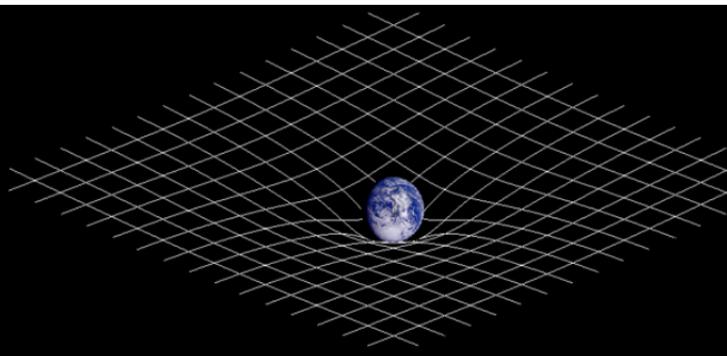


$$(\text{円周の長さ}) < 2\pi \times (\text{半径})$$

$$2\pi \times (\text{半径})$$

天体による空間のゆがみ

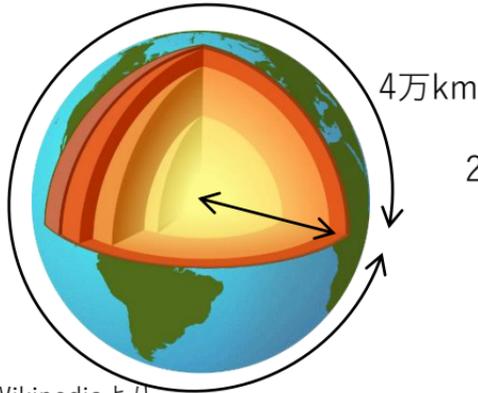
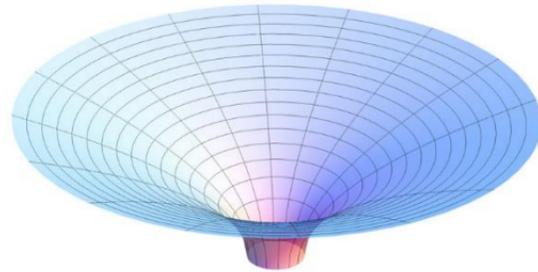
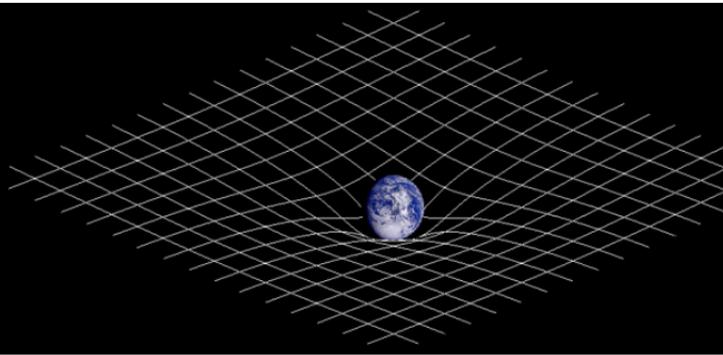
$$(\text{円周の長さ}) < 2\pi \times (\text{円の半径})$$



大雑把に言うと、地球により
「半径方向の空間が
引き延ばされる。」

天体による空間のゆがみ

$$(\text{円周の長さ}) < 2\pi \times (\text{円の半径})$$



一般相対性理論による計算

$$2\pi \times (\text{地球の半径}) - (\text{地球の円周の長さ}) \div 18\text{cm} \\ (\div 4\text{万km})$$

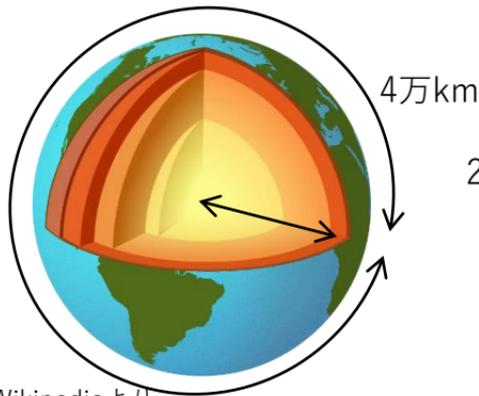
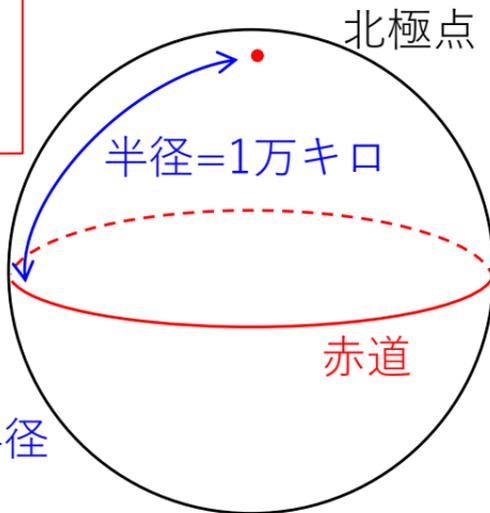
〔単純のため地球の質量が
中心に集中していると扱った。〕

注意: 前半の話とは全然異なる

円周の長さ = 4万キロ

$2\pi \times \text{半径} = 6.28 \cdot \text{万キロ}$

→ 円周の長さ < $2\pi \times \text{半径}$



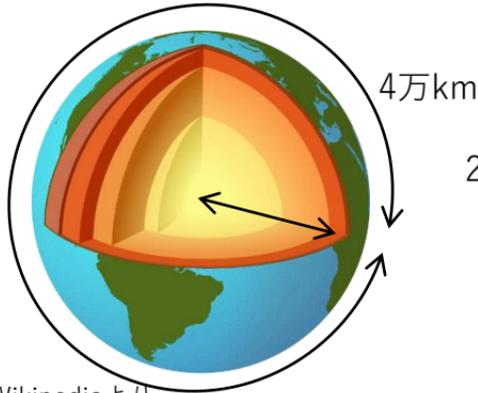
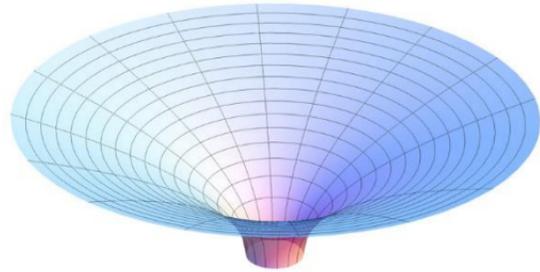
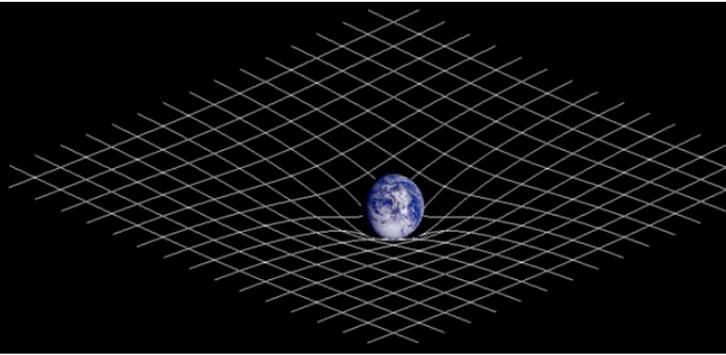
一般相対性理論による計算

$$2\pi \times (\text{地球の半径}) - (\text{地球の円周の長さ}) \div 18\text{cm} \\ (\div 4\text{万km})$$

〔 単純のため地球の質量が
中心に集中していると扱った。 〕

天体による空間のゆがみ

$$(\text{円周の長さ}) < 2\pi \times (\text{円の半径})$$



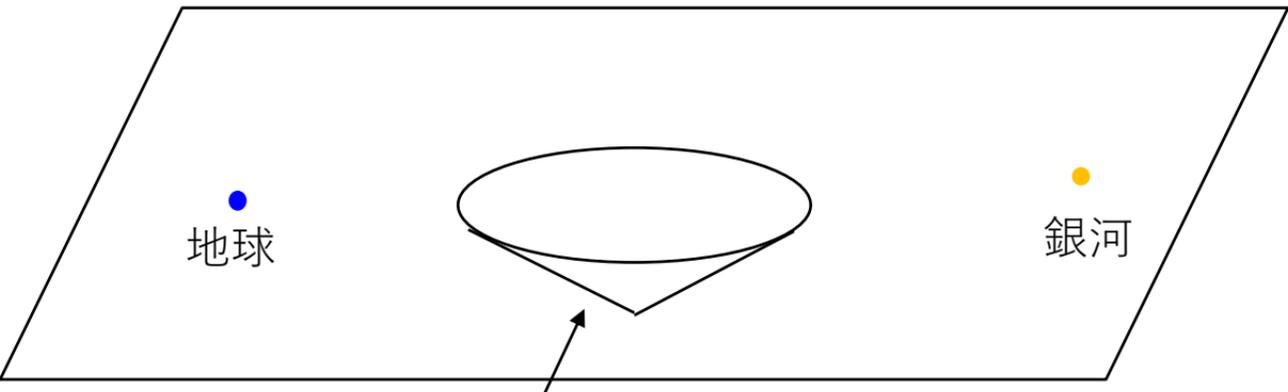
一般相対性理論による計算

$$2\pi \times (\text{地球の半径}) - (\text{地球の円周の長さ}) \div 18\text{cm} \\ (\div 4\text{万km})$$

〔単純のため地球の質量が
中心に集中していると扱った。〕

天体による空間のゆがみ

重力レンズ

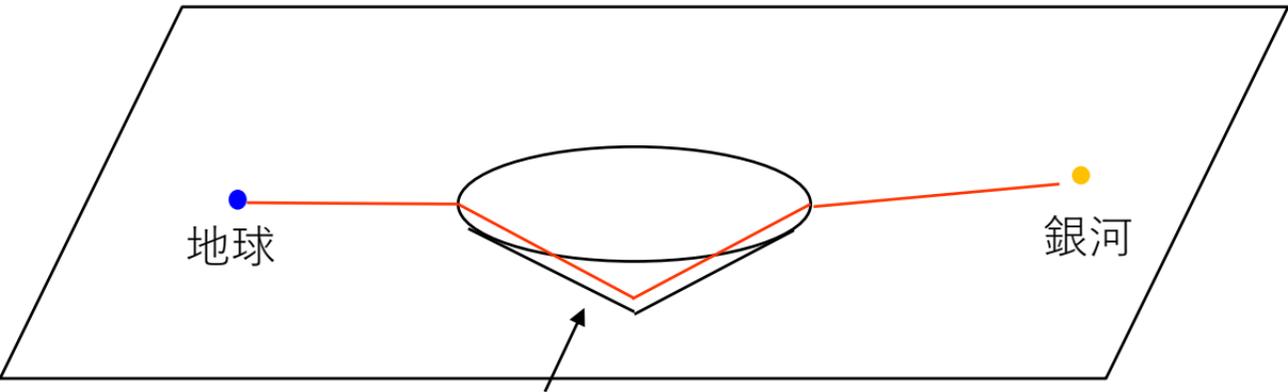


銀河による空間のゆがみ

Q. 遠くの銀河と地球を結ぶ光の経路(最短経路)は?

天体による空間のゆがみ

重力レンズ

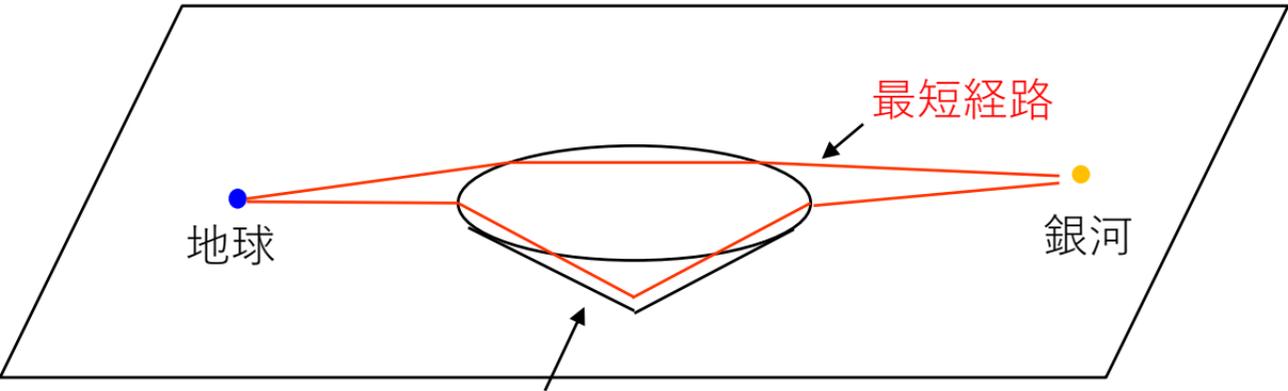


銀河による空間のゆがみ

Q. 遠くの銀河と地球を結ぶ光の経路(最短経路)は?

天体による空間のゆがみ

重力レンズ

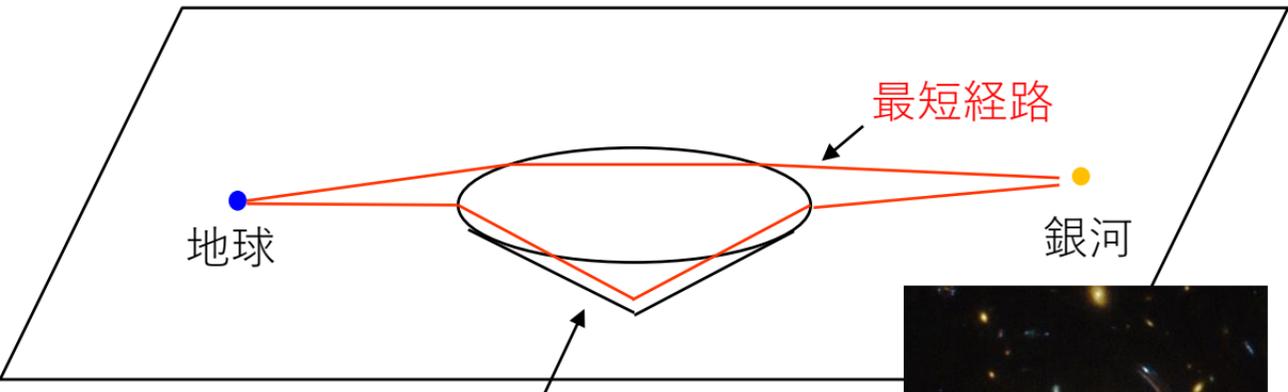


銀河による空間のゆがみ

Q. 遠くの銀河と地球を結ぶ光の経路(最短経路)は?

天体による空間のゆがみ

重力レンズ



銀河による空間のゆがみ

Q. 遠くの銀河と地球を結ぶ光の経路(



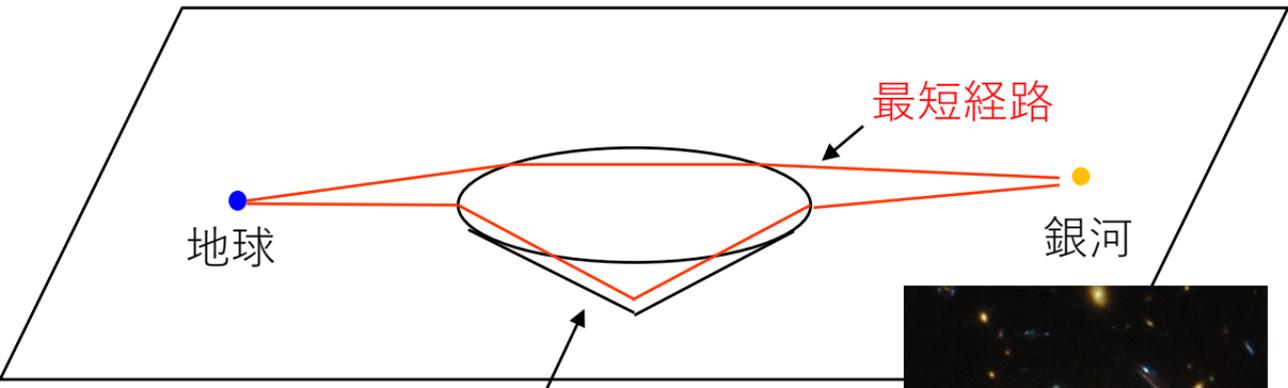
天体に与える空間のゆがみ

重

空間のゆがみで、

光が曲がった経路を進むことを説明できる。

→ 重力は曲がった空間の影響と見なせる。



銀河による空間のゆがみ

Q. 遠くの銀河と地球を結ぶ光の経路(



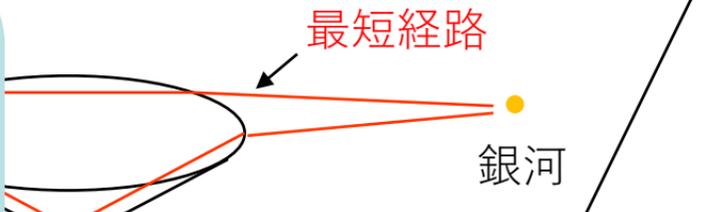
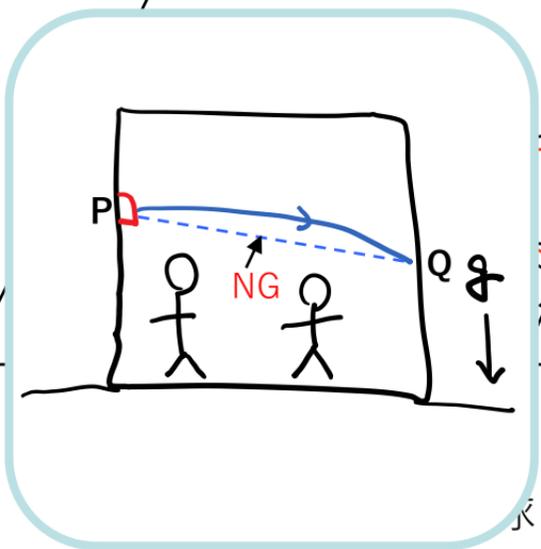
天体に近づくと空間のゆがみ

重力

空間のゆがみで、

光が曲がった経路を進むことを説明できる。

→ 重力は曲がった空間の影響と見なせる。



る空間のゆがみ

を結ぶ光の経路(



まとめ

今日の復習:

- 重力があると光は曲がる.(等価原理)
- 光は最短経路をすすむ.(フェルマーの原理)
- 光は曲がった空間で曲がってすすむ.

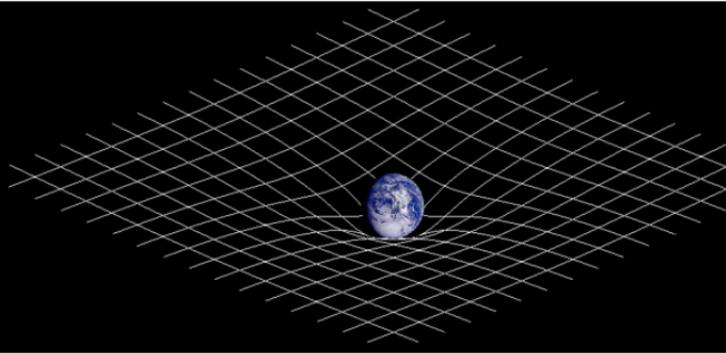
→ 「重力」は「空間が曲がって生じる力」



重力とは？

一般相対性理論:

質量が空間を曲げ、その影響として我々が感じる力が重力。



Einstein方程式:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu}$$

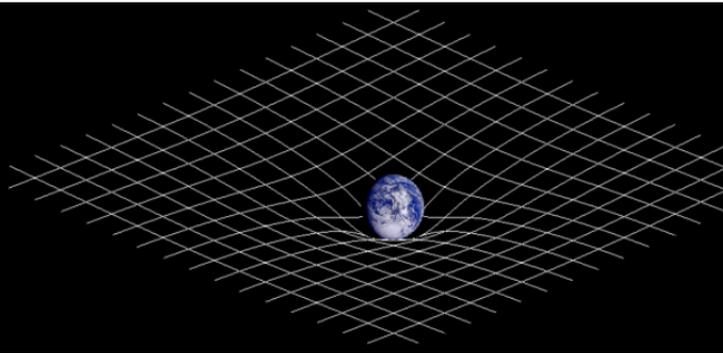
空間の曲がり方

物質の質量・
エネルギー分布

重力とは？

一般相対性理論:

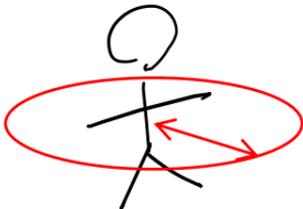
質量が空間を曲げ、その影響として我々が感じる力が重力。



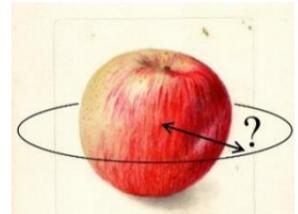
Einstein方程式:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu}$$

空間の曲がり方 物質の質量・
エネルギー分布



あなたの周りでも実は
(円周の長さ) $\neq 2\pi \times$ (半径)



重力とは？

一般相対性理論: 物理学の革命

一般相対性理論により、「空間」そのものが物理の対象になった。

空間 ≠ 「空」間

→ 空間は時々刻々と変化する。

重力とは？

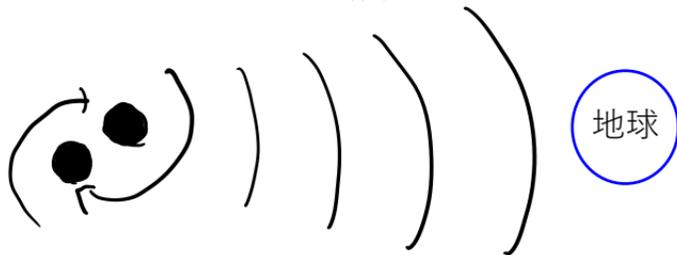
一般相対性理論: 物理学の革命

一般相対性理論により、「空間」そのものが物理の対象になった。

空間 \neq 「空」 間

→ 空間は時々刻々と変化する。

重力波



ブラックホールの運動による
空間の変化

26 Dec 2015 UTC LIGO 初検出
(2017年ノーベル物理学賞)



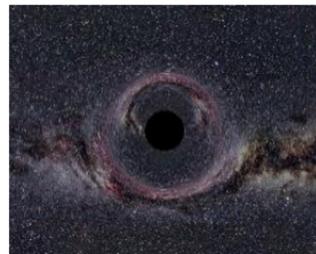
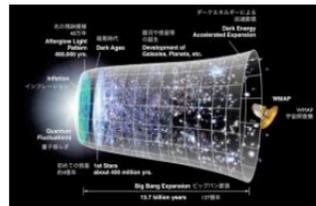
重力波検出器 (KAGRA)@飛騨神岡
2020年観測開始

重力とは？

一般相対性理論: 物理学の革命

一般相対性理論により、「空間」そのものが物理の対象になった。

- ビッグバン (宇宙に始まりがあった)
- ブラックホール (入ったら光すら出られない空間)



[pictures from wikipedia](#)

- ワームホール?
- タイムマシン?

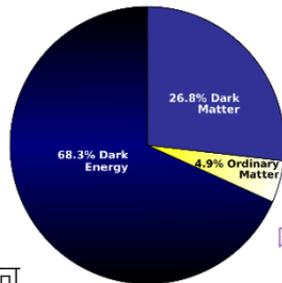


重力とは？

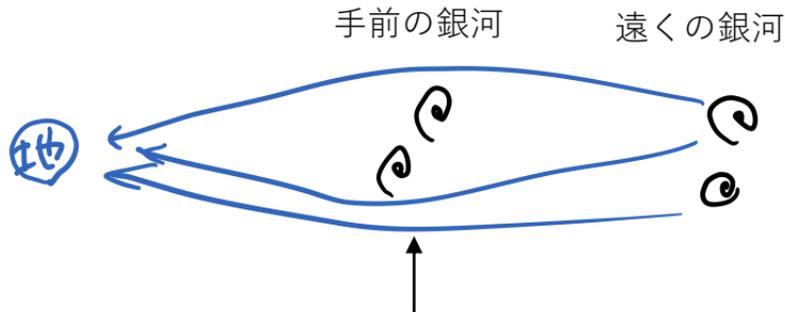
一般相対性理論: 物理学の革命

一般相対性理論により、「空間」そのものが物理の対象になった。

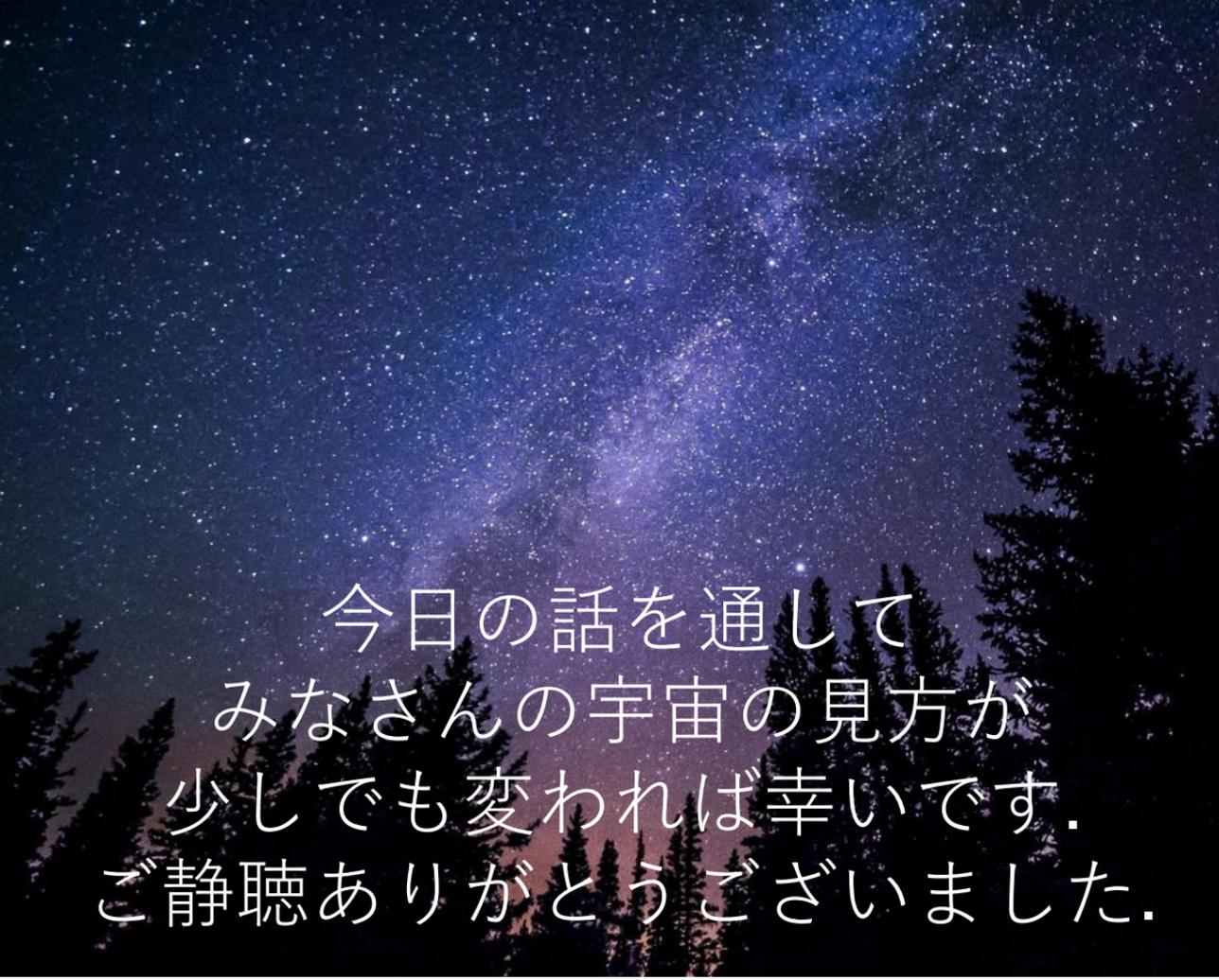
- ダークマター(暗黒物質)
→ 未知の素粒子??



[wikipedia](#)



見えている天体の質量だけでは、銀河の重力を説明出来ない。



今日の話を通して
みなさんの宇宙の見方が
少しでも変われば幸いです。
ご静聴ありがとうございました。